



**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 24.02.2019**

CLASA a VIII-a

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.**

1. Se consideră cubul $ABCD A' B' C' D'$ și punctele M , N , și P pe muchiile $(A'D')$, (CC') , respectiv (AB) , astfel încât $\frac{A'M}{MD'} = \frac{C'N}{NC} = \frac{BP}{PA}$. Arătați că $B'D \perp (MNP)$.

2. Numerele reale diferite a , b și c verifică relația: $\frac{a^2}{(b-c)^2} + \frac{b^2}{(c-a)^2} + \frac{c^2}{(a-b)^2} = 11$.

Calculați suma $S = \frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} + \frac{c}{a-b}$.

3. Determinați numerele reale x , y , și z care îndeplinesc simultan relațiile:

i) $x^3 + y = 3x - 4$, ii) $y^3 + 2z = 3y - 6$ și iii) $3z^3 + x = 9z - 8$.

4. Fie a și b două numere reale. Notăm $\min(a, b) = \begin{cases} a, & \text{pentru } a \leq b \\ b, & \text{pentru } b < a \end{cases}$.

a) Arătați că $\min(a, b) = \frac{a+b-|a-b|}{2}$, oricare ar fi numerele reale a și b .

b) Determinați numerele reale x și y știind că:

$$\min(2\sqrt{x+y} + 3\sqrt{1-x}, 3\sqrt{x+y} + 2\sqrt{37-y}) \geq 19.$$